PHYSICS TEAM

— Learn Physics, Love Physics —

PHYSICS 2018 SERIES

| VẬT LÍ 11 |

CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018

— CHUYÊN ĐỀ —

DAO ĐỘNG

HIỂU BẢN CHẤT – NẮM VỮNG CÔNG THỨC – CHINH PHỤC KÌ THI

KIẾN THỨC TRỌNG TÂM
Hệ thống hoá lí thuyết, công thức cốt lõi, dễ hiểu, dễ nhớ

PHÂN DẠNG BÀI TẬP
Đa dạng dạng bài, bám sát cấu trúc đề thi

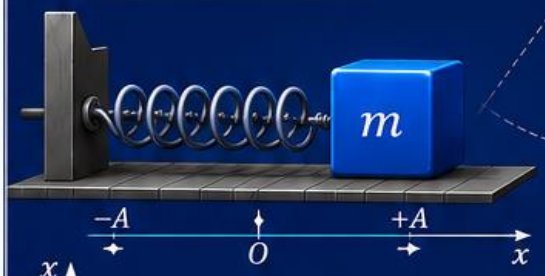
PHƯƠNG PHÁP GIẢI NHANH
Phân tích – Lập luận – Mẹo giải hiệu quả

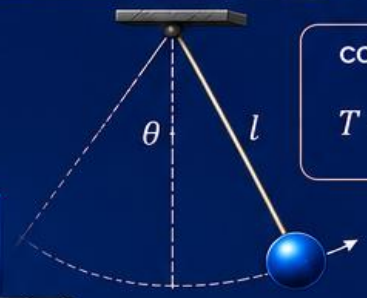
BÀI TẬP MINH HỌA
Bài mẫu chi tiết, lời giải rõ ràng, dễ hiểu

BÀI TẬP NÂNG CAO HSG
Nâng cao tư duy vật lí và kỹ năng giải bài tập

DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$





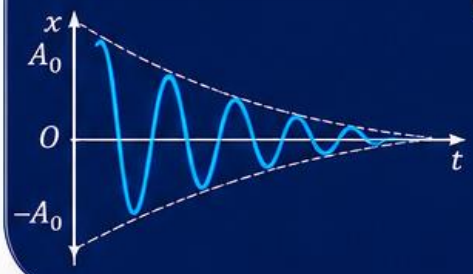
CON LẮC ĐƠN

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

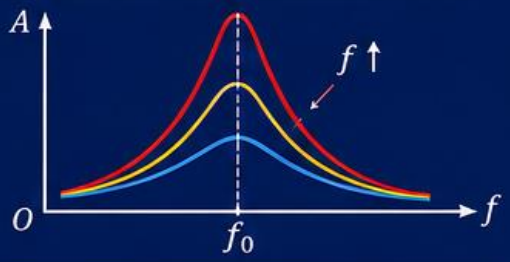
NĂNG LƯỢNG TRONG DAO ĐỘNG

$$W = W_d + W_t = \frac{1}{2}kA^2 = \text{hằng số}$$

DAO ĐỘNG TẮT DẦN



DAO ĐỘNG CƯỠNG BỨC – HIỆN TƯỢNG CỘNG HƯỞNG



CÔNG THỨC CẦN NHỚ

VẬN TỐC DÀI	GIA TỐC HƯỚNG TÂM	LỰC HƯỚNG TÂM	CHU KÌ – TẦN SỐ	LIÊN HỆ
$v = \omega R$	$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$	$F_{ht} = ma_n = \frac{mv^2}{R}$	$T = \frac{2\pi}{\omega}$; $f = \frac{1}{T}$	$v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R f$

- BÁM SÁT CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
- HỆ THỐNG HÓA KIẾN THỨC KHOA HỌC
- PHÁT TRIỂN TƯ DUY VẬT LÍ
- NÂNG CAO NĂNG LỰC GIẢI BÀI TẬP

HIỂU BẢN CHẤT – LÀM CHỦ MỌI BÀI TOÁN DAO ĐỘNG

CHUYÊN ĐỀ: DAO ĐỘNG

MỤC LỤC

LỜI NÓI ĐẦU 4

DẠNG 1: KHAI THÁC CÁC BIỂU DIỄN CỦA DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA 6

I. TÓM TẮT LÍ THUYẾT 6

1. Dao động cơ và dao động tuần hoàn 6

2. Dao động điều hòa 6

3. Các vị trí đặc biệt trong dao động điều hòa 7

4. Chu kì, tần số và tần số góc 7

5. Pha dao động và trạng thái dao động 7

6. Mối liên hệ giữa dao động điều hòa và chuyển động tròn đều 8

7. Biểu diễn phương trình dao động dưới dạng sin và cos 8

8. Xác định phương trình dao động từ trạng thái ban đầu 9

9. Đổi gốc thời gian 10

10. Đồ thị li độ – thời gian 10

11. Xác định các đại lượng từ đồ thị $\boldsymbol{x-t}$ 11

12. Lập nhanh phương trình từ các điểm đặc biệt trên đồ thị 12

13. Lập phương trình dao động từ bảng số liệu hoặc kết quả thí nghiệm 12

14. Nhận biết một dao động điều hòa 13

II. GHI NHỚ NHANH 13

III. BÀI TẬP VẬ DỤNG 14

◈ PT |Bài 1: Phân tích dữ liệu từ cảm biến dao động 14

◈ PT |Bài 2: Khai thác đồ thị dao động 17

◈ PT |Bài 3: Xây dựng phương trình dao động từ nhiều biểu diễn 19

◈ PT |Bài 4: Khai thác dữ liệu từ cảm biến gia tốc 21

◈ PT |Bài 5: Đánh giá mô hình dao động từ kết quả thí nghiệm 23

IV. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN 25

◈ PT |Bài 6: Khai thác đồ thị dao động 25

◈ PT |Bài 7: Chuyển đổi giữa các biểu diễn của dao động..... 26

◈ PT |Bài 8: Khai thác biểu diễn vận tốc..... 28

◈ PT |Bài 9: Đối chiếu phương trình với đồ thị..... 29

◈ PT |Bài 10: Khai thác dữ liệu tọa độ và đổi gốc thời gian 30

LỜI NÓI ĐẦU

Chào mừng quý Thầy/Cô giáo và các em học sinh đến với **Physics 2018 series** – hệ thống tài liệu Vật lí được biên soạn bởi đội ngũ **Physics Team**, hướng tới việc hỗ trợ học sinh nắm vững kiến thức, phát triển tư duy và nâng cao năng lực giải quyết vấn đề.

Chuyên đề Dao động – Vật lí 11 là một nội dung quan trọng trong Chương trình Giáo dục phổ thông 2018. Kiến thức về dao động không chỉ giúp học sinh hiểu được nhiều hiện tượng chuyển động có tính tuần hoàn trong tự nhiên và kĩ thuật mà còn là nền tảng để tiếp tục nghiên cứu về sóng cơ, âm học, dòng điện xoay chiều và nhiều nội dung Vật lí ở các lớp học tiếp theo.

Tài liệu được xây dựng theo định hướng làm rõ **bản chất vật lí**, tăng cường khả năng **mô hình hóa**, sử dụng linh hoạt các biểu diễn toán học và hình thành tư duy giải quyết vấn đề. Thay vì chỉ ghi nhớ công thức, học sinh được hướng dẫn nhận diện trạng thái dao động, phân tích mối liên hệ giữa li độ, vận tốc, gia tốc, pha dao động và năng lượng của hệ.

Nội dung chuyên đề được tổ chức thành bốn dạng chính:

- **Dạng 1: Khai thác các biểu diễn của dao động điều hòa**
  Hệ thống phương trình dao động, đồ thị, đường tròn pha và mối liên hệ giữa các đại lượng đặc trưng.
- **Dạng 2: Phân tích trạng thái dao động**
  Xác định vị trí, chiều chuyển động, vận tốc, gia tốc, pha dao động và các thời điểm đặc biệt.
- **Dạng 3: Phân tích năng lượng trong dao động điều hòa**
  Khảo sát động năng, thế năng, cơ năng và sự chuyển hóa năng lượng trong quá trình dao động.
- **Dạng 4: Dao động trong thực tiễn**
  Vận dụng kiến thức về dao động tắt dần, dao động cưỡng bức và hiện tượng cộng hưởng để giải thích các hiện tượng trong đời sống, kĩ thuật.

Hệ thống bốn dạng bài được sắp xếp từ cơ bản đến nâng cao, phù hợp với nhiều mục tiêu học tập:

- Củng cố kiến thức và rèn luyện kĩ năng học tập trên lớp.
- Chuẩn bị cho các bài kiểm tra định kì và kì thi tốt nghiệp THPT.
- Phát triển năng lực vận dụng dành cho học sinh khá, giỏi và học sinh chuyên.
- Hình thành phương pháp phân tích bài toán rõ ràng, hạn chế việc giải bài theo khuôn mẫu.

Để giúp học sinh chuyển hóa kiến thức thành năng lực giải quyết vấn đề, mỗi dạng toán được trình bày theo cấu trúc thống nhất:

1. Hệ thống lí thuyết: Tóm tắt những kiến thức trọng tâm, làm rõ ý nghĩa vật lí của các đại lượng và mối liên hệ giữa các biểu diễn của dao động.

2. Phương pháp giải: Xây dựng quy trình phân tích theo từng bước, giúp học sinh lựa chọn công cụ phù hợp như phương trình dao động, đồ thị, hệ thức độc lập với thời gian hoặc đường tròn pha.

3. Hệ thống bài tập vận dụng mẫu: Mỗi bài được trình bày theo tiến trình:

Đề bài → Định hướng tư duy → Hướng dẫn giải → Lưu ý cho học sinh.

Cách trình bày này giúp học sinh hiểu được cơ sở của từng bước biến đổi, biết kiểm tra kết quả và từng bước hình thành phương pháp giải độc lập.

4. Hệ thống câu trắc nghiệm trả lời ngắn: Các câu hỏi được xây dựng theo định hướng đánh giá mới, chú trọng khả năng phân tích dữ kiện, xử lí số liệu, kiểm soát sai số và trình bày kết quả chính xác.

Physics Team hi vọng chuyên đề này sẽ trở thành tài liệu đồng hành hữu ích đối với giáo viên trong quá trình tổ chức dạy học và đối với học sinh trong quá trình tự học, ôn tập, rèn luyện tư duy Vật lí. Mỗi bài toán không chỉ nhằm tìm ra một đáp số mà còn là cơ hội để học sinh hiểu sâu hơn về quy luật dao động và biết vận dụng kiến thức vào những tình huống thực tiễn.

Physics Team trân trọng cảm ơn quý Thầy/Cô giáo và các em học sinh đã tin tưởng, sử dụng tài liệu.

Hệ thống phát hành và cập nhật tài liệu tại: **https://physicsteam.vn**

DẠNG 1: KHAI THÁC CÁC BIỂU DIỄN CỦA DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

I. TÓM TẮT LÍ THUYẾT

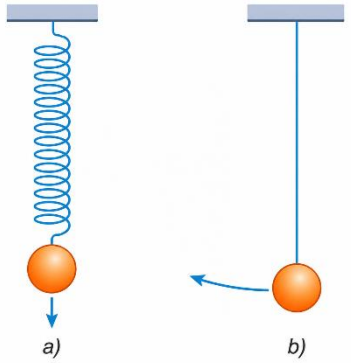
1. Dao động cơ và dao động tuần hoàn

• ***Dao động cơ*** *là chuyển động qua lại của một vật quanh một vị trí xác định gọi là vị trí cân bằng.*

• ***Dao động tuần hoàn*** *là dao động mà sau những khoảng thời gian bằng nhau, vật trở lại trạng thái cũ, tức là có cùng vị trí và cùng chiều chuyển động.*

• ***Chu kỳ*** *là khoảng thời gian ngắn nhất để vật thực hiện một dao động toàn phần, kí hiệu là T, đơn vị là giây (s).*

• ***Tần số*** *là số dao động toàn phần vật thực hiện trong một đơn vị thời gian, kí hiệu là f, đơn vị là héc (Hz).*



$$\boxed{f = \frac{1}{T}}$$

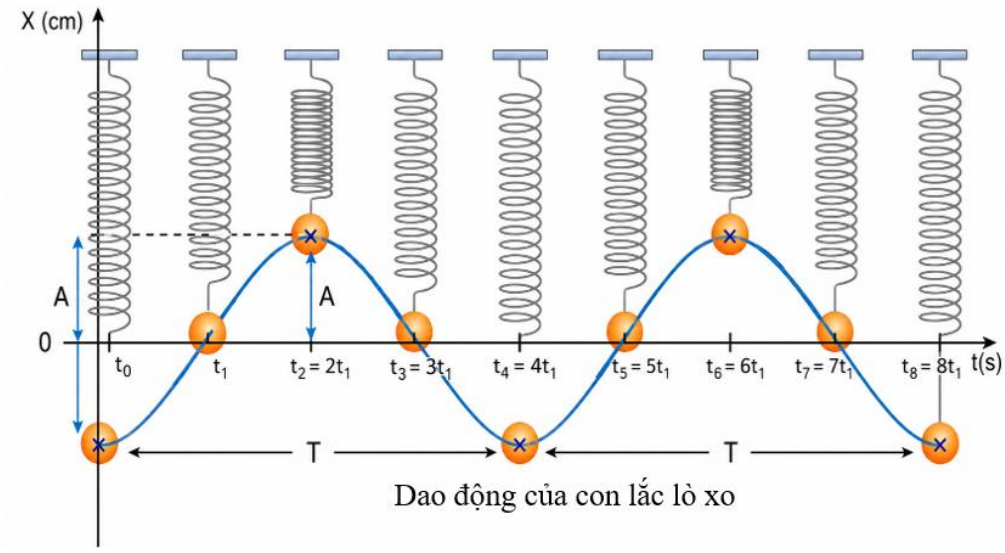
- Nếu trong khoảng thời gian Δt, vật thực hiện được Ndao động toàn phần thì:

$$\boxed{T = \frac{\Delta t}{N}; f = \frac{N}{\Delta t}}$$

2. Dao động điều hòa

Dao động điều hòa *là dao động trong đó li độ của vật là một hàm cosin hoặc sin của thời gian.*

Phương trình tổng quát của dao động điều hòa:



Dao động của con lắc lò xo

$$\boxed{x = A\cos(\omega t + \varphi)}$$

Trong đó:

- x: li độ của vật tại thời điểm t, có thể nhận giá trị dương, âm hoặc bằng 0;
- A: biên độ dao động, $A > 0$;
- ω: tần số góc, $\omega > 0$, đơn vị là rad/s;

- $\omega t + \varphi$: pha dao động tại thời điểm t;
- φ: pha ban đầu, tức là pha dao động tại thời điểm $t = 0$.

- Li độ của vật luôn thỏa mãn:

$$-\boldsymbol{A} \leq \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{A}$$

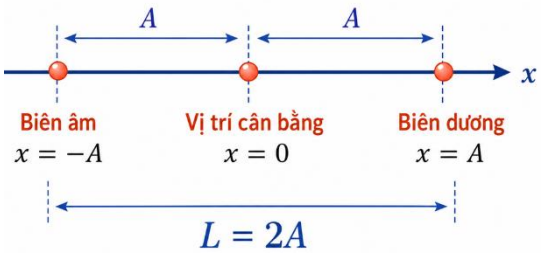
Do đó:

$$\boldsymbol{A} = \mathbf{max} \mid \boldsymbol{x} \mid$$

- **Biên độ *A*** cho biết độ lệch lớn nhất của vật so với vị trí cân bằng. Biên độ luôn là một đại lượng không âm.

3. Các vị trí đặc biệt trong dao động điều hòa

- Vị trí cân bằng: $x = 0$
- Biên dương: $x = A$
- Biên âm: $x = -A$
- Hai vị trí biên là hai vị trí cách vị trí cân bằng một khoảng lớn nhất bằng A.



- Khoảng cách giữa hai vị trí biên: $L = 2A$

- Nếu đề bài cho chiều dài quỹ đạo dao động L, biên độ được xác định bởi: $A = \frac{L}{2}$

4. Chu kì, tần số và tần số góc

Giữa chu kì T, tần số f và tần số góc ω có các hệ thức:

$$\boxed{\boldsymbol{\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f}}; \qquad \boxed{\boldsymbol{T = \frac{2\pi}{\omega}; f = \frac{\omega}{2\pi}}}$$

- Trong một chu kì, pha dao động tăng thêm 2π.

- Trong khoảng thời gian Δt, độ biến thiên pha là: $\Delta\theta = \omega\Delta t$

- Nếu pha tăng thêm: $\Delta\theta = 2k\pi$ thì vật trở lại đúng trạng thái cũ, với k là số nguyên.

5. Pha dao động và trạng thái dao động

- Pha dao động tại thời điểm t là: $\boldsymbol{\theta = \omega t + \varphi}$

- Pha dao động xác định trạng thái của vật, bao gồm:

- vị trí của vật;
- chiều chuyển động của vật.

- Hai vật dao động điều hòa có cùng biên độ và cùng tần số góc:

$$x_1 = A\cos(\omega t + \varphi_1)$$
$$x_2 = A\cos(\omega t + \varphi_2)$$

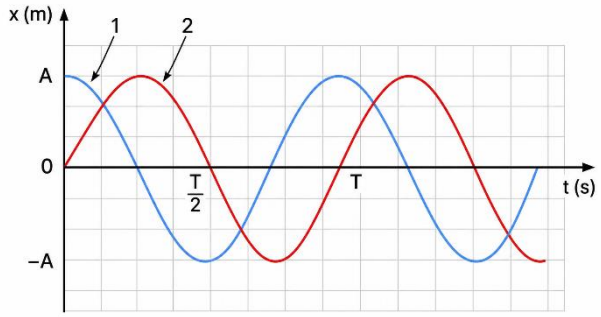
- Độ lệch pha giữa hai dao động:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

Các trường hợp thường gặp:

- Hai dao động cùng pha: $\Delta\varphi = 2k\pi$
- Hai dao động ngược pha: $\Delta\varphi = (2k+1)\pi$
- Hai dao động vuông pha: $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} + k\pi$

với $k \in \mathbb{Z}$.



Đồ thị của hai vật dao động điều hòa cùng, cùng biên độ nhưng dao động 1 sớm pha hơn dao động 2 góc $\frac{\pi}{2}$

Pha ban đầu phụ thuộc vào:

- trạng thái của vật tại thời điểm chọn làm gốc thời gian;
- chiều dương của trục tọa độ;
- vị trí được chọn làm gốc tọa độ.

Vì vậy, khi thay đổi gốc thời gian hoặc chiều dương, phương trình dao động có thể thay đổi nhưng chuyển động thực tế của vật không thay đổi.

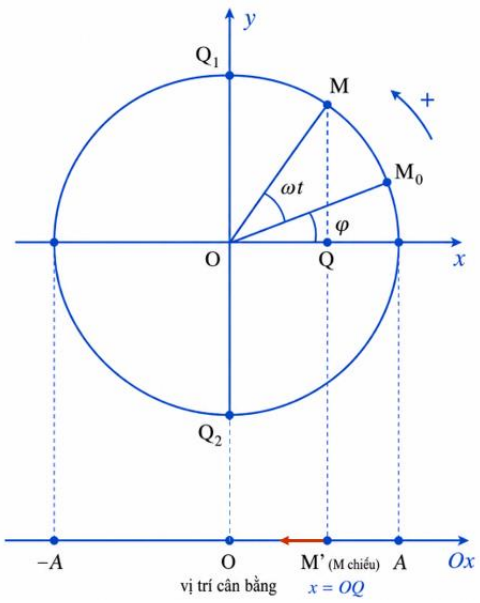
6. Mối liên hệ giữa dao động điều hòa và chuyển động tròn đều

- Dao động điều hòa có thể được biểu diễn bằng hình chiếu của một điểm chuyển động tròn đều lên một đường kính của đường tròn.

- Xét điểm M chuyển động tròn đều trên đường tròn tâm O, bán kính A, với tốc độ góc ω. Tại thời điểm $t = 0$, bán kính $\overrightarrow{OM}$ hợp với chiều dương một góc φ.

- Sau thời gian t, góc quay của bán kính là: $\theta = \omega t + \varphi$

- Hình chiếu của M lên trục Ox có tọa độ: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$



Do đó:

- bán kính đường tròn bằng biên độ A;
- tốc độ góc của chuyển động tròn bằng tần số góc ω;
- góc của bán kính quay tương ứng với pha dao động.

Đường tròn biểu diễn pha giúp xác định nhanh vị trí và chiều chuyển động của vật.

7. Biểu diễn phương trình dao động dưới dạng sin và cos

- Một dao động điều hòa có thể được viết dưới dạng hàm cosin hoặc hàm sin.

Dạng cosin: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$

Dạng sin: $x = A\sin(\omega t + \varphi')$

- Sử dụng các hệ thức: $\sin\alpha = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$

$$\cos\alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$$

- Ta có: $A\sin(\omega t+\varphi') = A\cos\left(\omega t+\varphi'-\frac{\pi}{2}\right)$

Vì vậy:

$$\boxed{\boldsymbol{\varphi = \varphi' - \frac{\pi}{2}}}$$

- Một số phép biến đổi thường dùng:

$$-A\cos\alpha = A\cos(\alpha+\pi)$$

$$-A\sin\alpha = A\sin(\alpha+\pi)$$

$$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$$

- Theo quy ước, biên độ phải dương. Nếu hệ số trước hàm sin hoặc cos âm thì phải chuyển dấu âm vào pha.

Ví dụ:

$$x = -5\cos\left(4\pi t+\frac{\pi}{3}\right)$$

được viết lại thành:

$$x = 5\cos\left(4\pi t+\frac{4\pi}{3}\right)$$

Hai pha sai khác nhau một bội nguyên của 2π biểu diễn cùng một trạng thái:

$$\varphi' = \varphi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

8. Xác định phương trình dao động từ trạng thái ban đầu

- Phương trình dao động: $x = A\cos(\omega t+\varphi)$
- Tại thời điểm $t = 0$: $x_0 = A\cos\varphi$
- Vận tốc của vật: $v = -\omega A\sin(\omega t+\varphi)$
- Tại thời điểm $t = 0$: $v_0 = -\omega A\sin\varphi$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\cos\varphi = \frac{x_0}{A}; \sin\varphi = -\frac{v_0}{\omega A}}$$

- Biên độ được xác định bởi:

$$\boxed{\boldsymbol{A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}}}$$

- Khi xác định pha ban đầu, không nên chỉ sử dụng công thức tang vì công thức tang không xác định duy nhất góc. Cần kết hợp đồng thời:

$$\boldsymbol{\cos\varphi = \frac{x_0}{A}}$$

và dấu của vận tốc:

$$\boldsymbol{v_0 = -\omega A\sin\varphi}$$

Các trạng thái ban đầu đặc biệt:

- Vật ở biên dương: $x_0 = A, v_0 = 0$ chọn: $\varphi = 0$
- Vật ở biên âm: $x_0 = -A, v_0 = 0$ chọn: $\varphi = \pi$
- Vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương: $x_0 = 0, v_0 > 0$. chọn: $\varphi = -\frac{\pi}{2}$
- Vật qua vị trí cân bằng theo chiều âm: $x_0 = 0, v_0 < 0$ chọn: $\varphi = \frac{\pi}{2}$

9. Đổi gốc thời gian

- Giả sử phương trình dao động theo gốc thời gian cũ là:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

- Chọn gốc thời gian mới tại thời điểm $t = t_0$của hệ quy chiếu cũ.
- Gọi thời gian tính từ gốc mới là t', khi đó:

$$\boxed{\boldsymbol{t = t' + t_0}}$$

- Thay vào phương trình dao động:

$$x = A\cos[\omega(t' + t_0) + \varphi]$$

Suy ra:

$$\boxed{\boldsymbol{x = A\cos[\omega t' + (\omega t_0 + \varphi)]}}$$

- Pha ban đầu theo gốc thời gian mới là:

$$\varphi' = \omega t_0 + \varphi$$

Khi đổi gốc thời gian:

- biên độ A không thay đổi;
- tần số góc ω không thay đổi;
- chu kì và tần số không thay đổi;
- chỉ có pha ban đầu thay đổi.

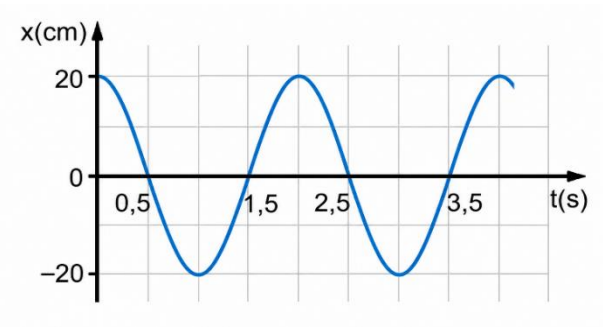
10. Đồ thị li độ – thời gian

Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của li độ x vào thời gian $t$là một đường hình sin.

Với phương trình:

$$\boldsymbol{x = A\cos(\omega t + \varphi)}$$

đồ thị $x - t$ có các đặc điểm:



Đồ thị x - t ($A = 20\ cm, T = 1\ s$)

- giá trị lớn nhất: $x_{\max} = A$
- giá trị nhỏ nhất: $x_{\min} = -A$
- đồ thị lặp lại sau mỗi khoảng thời gian bằng chu kì T;
- khoảng thời gian giữa hai đỉnh liên tiếp hoặc hai đáy liên tiếp bằng T;
- khoảng thời gian từ một đỉnh đến đáy gần nhất bằng: $\frac{T}{2}$
- khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp vật qua vị trí cân bằng bằng: $\frac{T}{2}$

- khoảng thời gian từ vị trí cân bằng đến biên gần nhất bằng: $\frac{T}{4}$

Độ dốc của đồ thị $x - t$ tại một thời điểm cho biết dấu của vận tốc:

- đồ thị đi lên: $v > 0$, vật chuyển động theo chiều dương;
- đồ thị đi xuống: $v < 0$, vật chuyển động theo chiều âm;
- tại đỉnh hoặc đáy của đồ thị: $v = 0$

11. Xác định các đại lượng từ đồ thị $x - t$

a) Xác định biên độ

- Biên độ bằng giá trị lớn nhất của độ lớn li độ:

$$\boldsymbol{A = \max |x|}$$

- Nếu đồ thị biểu diễn tọa độ tuyệt đối X, không lấy trực tiếp giá trị lớn nhất của X làm biên độ.

Khi đó:

$$\boldsymbol{X_{cb} = \frac{X_{max} + X_{min}}{2}}$$

$$\boldsymbol{A = \frac{X_{max} - X_{min}}{2}}$$

Li độ được xác định bởi:

$$\boldsymbol{x = X - X_{cb}}$$

b) Xác định chu kì

Chu kì là khoảng thời gian ngắn nhất giữa hai trạng thái giống nhau liên tiếp.

Có thể xác định T bằng khoảng thời gian giữa:

- hai đỉnh liên tiếp;
- hai đáy liên tiếp;
- hai lần liên tiếp qua vị trí cân bằng theo cùng một chiều;
- hai điểm bất kì có cùng li độ và cùng chiều chuyển động.

Không được lấy khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp vật có cùng li độ nhưng chuyển động ngược chiều làm chu kì.

c) Xác định tần số và tần số góc

Sau khi xác định được T: $f = \frac{1}{T}$; $\omega = \frac{2\pi}{T}$

d) Xác định pha ban đầu

Tại $t = 0$, đọc li độ $x_0$trên đồ thị:

$$\cos\varphi = \frac{x_0}{A}$$

Sau đó quan sát chiều biến thiên của đồ thị:

- đồ thị đi lên thì $v_0 > 0$;
- đồ thị đi xuống thì $v_0 < 0$.

Kết hợp với:

$$v_0 = -\omega A \sin\varphi$$

để chọn đúng pha ban đầu.

12. Lập nhanh phương trình từ các điểm đặc biệt trên đồ thị

- Nếu tại thời điểm $t = t_0$, vật ở biên dương thì có thể viết:

$$x = A\cos[\omega(t - t_0)]$$

- Nếu tại thời điểm $t = t_0$, vật ở biên âm thì có thể viết:

$$x = -A\cos[\omega(t - t_0)]$$

- Nếu tại thời điểm $t = t_0$, vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương thì có thể viết:

$$x = A\sin[\omega(t - t_0)]$$

- Nếu tại thời điểm $t = t_0$, vật qua vị trí cân bằng theo chiều âm thì có thể viết:

$$x = -A\sin[\omega(t - t_0)]$$

Các biểu thức trên giúp lập phương trình dao động trực tiếp từ đồ thị mà không cần giải phương trình lượng giác tìm pha ban đầu.

13. Lập phương trình dao động từ bảng số liệu hoặc kết quả thí nghiệm

Khi xử lí bảng số liệu hoặc kết quả đo, thực hiện theo các bước:

Bước 1. Xác định vị trí cân bằng

Nếu số liệu là tọa độ tuyệt đối X:

$$X_{cb} = \frac{X_{max} + X_{min}}{2}$$

Bước 2. Chuyển tọa độ thành li độ

$$x = X - X_{cb}$$

Bước 3. Xác định biên độ

$$A = \frac{X_{max} - X_{min}}{2}$$

Bước 4. Xác định chu kì

Tìm khoảng thời gian giữa hai trạng thái giống nhau liên tiếp:

$$T = t_2 - t_1$$

Nếu số liệu được ghi trong nhiều chu kì, nên tính:

$$T = \frac{\Delta t}{N}$$

để giảm sai số.

Bước 5. Xác định tần số góc

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Bước 6. Xác định pha ban đầu

Sử dụng li độ tại thời điểm được chọn làm gốc thời gian và chiều chuyển động của vật:

$$x_0 = A\cos\varphi$$

$$v_0 = -\omega A\sin\varphi$$

Bước 7. Viết phương trình dao động

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

Khi xử lí kết quả thí nghiệm, số liệu có thể có sai số nên các giá trị cực đại và cực tiểu đo được không hoàn toàn đối xứng. Cần sử dụng nhiều lần đo hoặc đường cong phù hợp nhất để xác định A, T và vị trí cân bằng.

14. Nhận biết một dao động điều hòa

Một chuyển động là dao động điều hòa nếu thỏa mãn một trong các dấu hiệu sau:

- li độ biến thiên theo hàm sin hoặc cos của thời gian:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

- gia tốc tỉ lệ với li độ và luôn hướng về vị trí cân bằng:

$$a = -\omega^2 x$$

- chuyển động có thể được biểu diễn bằng hình chiếu của một chuyển động tròn đều lên một đường kính.

Không phải mọi dao động tuần hoàn đều là dao động điều hòa. Một chuyển động chỉ lặp lại sau những khoảng thời gian bằng nhau chưa đủ để kết luận đó là dao động điều hòa.

II. GHI NHỚ NHANH

*** Phương trình dao động:**

$$\boxed{x = A\cos(\omega t + \varphi)}$$

*** Chu kì, tần số và tần số góc:**

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}; f = \frac{1}{T}; \omega = 2\pi f}$$

*** Biên độ:**

$$A = \max|x|$$

*** Nếu biết trạng thái ban đầu:**

$$x_0 = A\cos\varphi$$

$$v_0 = -\omega A\sin\varphi$$

$$\boxed{A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}}$$

*** Nếu đồ thị biểu diễn tọa độ tuyệt đối:**

$$\boxed{X_{cb} = \frac{X_{max} + X_{min}}{2}}$$

$$A = \frac{X_{max} - X_{min}}{2}$$

*** Khi đọc đồ thị $x - t$:**

- độ cao cực đại cho biết biên độ;
- khoảng thời gian lặp lại trạng thái cho biết chu kì;
- đồ thị đi lên tương ứng $v > 0$;
- đồ thị đi xuống tương ứng $v < 0$;
- pha ban đầu phải được xác định từ cả li độ và chiều chuyển động.

III. BÀI TẬP VẬ DỤNG

◈ PT |Bài 1: Phân tích dữ liệu từ cảm biến dao động

Trong một thí nghiệm khảo sát dao động của một vật gắn với lò xo, cảm biến chuyển động ghi lại li độ của vật theo thời gian như bảng dưới đây:

Thời gian t(s)	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00
Li độ x(cm)	3,98	0,05	$-3,96$	$-0,04$	4,01	$-0,03$	$-4,02$	0,04	3,97

Biết sai số tuyệt đối của mỗi phép đo không vượt quá 0,05 cm. Trong khoảng thời gian khảo sát, coi ảnh hưởng của lực cản là không đáng kể.

a) Dựa vào bảng số liệu, hãy kiểm tra xem số liệu thu được có phù hợp với mô hình dao động điều hòa hay không. Giải thích.

b) Xác định gần đúng biên độ, chu kì, tần số, tần số góc và viết một phương trình dao động gần đúng phù hợp với số liệu.

c) Sử dụng phương trình vừa lập để dự đoán li độ của vật tại thời điểm $t = 1,35$ s. Nhóm học sinh tiến hành đo kiểm chứng tại thời điểm này và thu được $x_{đo} = -2,32$ cm.

- Tính độ lệch tuyệt đối và độ lệch tương đối giữa giá trị dự đoán với giá trị đo được.

- Nhận xét về độ tin cậy của mô hình dao động đã xây dựng.

ĐỊNH HƯỚNG TƯ DUY

Bước 1. Quan sát sự lặp lại của các trạng thái gần biên dương, biên âm và vị trí cân bằng.

Bước 2. Xác định biên độ từ các giá trị li độ có độ lớn lớn nhất; xác định chu kì từ khoảng thời gian giữa hai trạng thái giống nhau liên tiếp.

Bước 3. Tính f, ω, xác định trạng thái của vật tại $t = 0$ để chọn pha ban đầu và lập phương trình dao động gần đúng.

Bước 4. Dùng phương trình để dự đoán li độ, sau đó so sánh với giá trị đo kiểm chứng và sai số của cảm biến.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

a) Kiểm tra sự phù hợp với mô hình dao động điều hòa

Từ bảng số liệu, ta nhận thấy:

- Tại $t = 0{,}00$ s, $t = 1{,}00$ svà $t = 2{,}00$ s, vật đều ở gần vị trí biên dương: $x \approx 4{,}0$ cm.
- Tại $t = 0{,}50$ s và $t = 1{,}50$ s, vật ở gần vị trí biên âm: $x \approx -4{,}0$ cm.
- Tại $t = 0{,}25$ s, $0{,}75$ s, $1{,}25$ s và $1{,}75$ s, vật ở gần vị trí cân bằng: $x \approx 0$.
- Các trạng thái biên dương lặp lại sau mỗi khoảng $1{,}00$ s; trạng thái biên âm cũng lặp lại sau mỗi khoảng $1{,}00$ s. Khoảng thời gian từ biên dương đến vị trí cân bằng gần nhất là $0{,}25$ s, bằng một phần tư chu kì.
- Các giá trị đo được chỉ sai khác rất nhỏ so với dãy giá trị lí tưởng:

$$4;\ 0;\ -4;\ 0;\ 4;\ 0;\ -4;\ 0;\ 4.$$

Độ lệch lớn nhất là: $0{,}05$ cm, không vượt quá sai số cho phép của cảm biến.

Vì vậy, trong phạm vi sai số đo và trong khoảng thời gian khảo sát, số liệu phù hợp với mô hình dao động điều hòa.

b) Xác định các đại lượng đặc trưng và phương trình dao động

*** Xác định biên độ**

- Các giá trị gần vị trí biên có độ lớn: $3{,}98;\ 3{,}96;\ 4{,}01;\ 4{,}02;\ 3{,}97$ cm.
- Có thể lấy giá trị trung bình:

$$A \approx \frac{3{,}98 + 3{,}96 + 4{,}01 + 4{,}02 + 3{,}97}{5} = 3{,}988 \text{ cm}.$$

Làm tròn:

$$\boxed{A \approx 4{,}00 \text{ cm}}.$$

*** Xác định chu kì**

- Trong khoảng từ $t = 0$đến $t = 2{,}00$ s, vật thực hiện gần đúng hai dao động toàn phần. Do đó:

$$T = \frac{\Delta t}{N} = \frac{2{,}00}{2} = \mathbf{1{,}00} \text{ s}.$$

*** Xác định tần số:** $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1{,}00} = 1{,}00$ Hz.

Suy ra:

$$\boxed{f \approx 1{,}00 \text{ Hz}}.$$

*** Xác định tần số góc:** $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1{,}00} = \mathbf{2\pi}$ **rad/s**.

*** Viết phương trình dao động**

- Phương trình dao động có dạng:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi).$$

- Tại $t = 0$, vật ở gần biên dương nên:

$$x(0) \approx A.$$

- Do đó có thể chọn:

$$\varphi \approx 0.$$

Vậy một phương trình dao động gần đúng phù hợp với số liệu là:

$$\boxed{x = 4\cos(2\pi t)\ (\text{cm})}.$$

c) Dự đoán li độ và đánh giá độ tin cậy của mô hình

- Tại $t = 1{,}35$ s, theo phương trình vừa lập: $x = 4\cos(2\pi \cdot 1{,}35)$.

- Ta có: $2\pi \cdot 1{,}35 = 2{,}7\pi$.

Do đó:

$$x = 4\cos(2{,}7\pi) = 4\cos(0{,}7\pi).$$

Với:

$$\cos(0{,}7\pi) \approx -0{,}5878,$$

suy ra:

$$x_{\text{dự đoán}} \approx 4 \cdot (-0{,}5878) \approx -2{,}35 \text{ cm}.$$

Vậy:

$$\boxed{x_{\text{dự đoán}} \approx -2{,}35 \text{ cm}}.$$

Giá trị đo kiểm chứng là:

$$x_{\text{đo}} = -2{,}32 \text{ cm}.$$

*** Độ lệch tuyệt đối**

$$\Delta x = |\, x_{\text{đo}} - x_{\text{dự đoán}} \,|.$$

$$\Delta x = |\, -2{,}32 - (-2{,}35) \,| = 0{,}03 \text{ cm}.$$

Vậy:

$$\boxed{\Delta x = 0{,}03 \text{ cm}}.$$

*** Độ lệch tương đối**

- Lấy giá trị dự đoán làm giá trị tham chiếu:

$$\delta = \frac{\Delta x}{|\, x_{\text{dự đoán}} \,|} \cdot 100\%.$$

$$\delta = \frac{0{,}03}{2{,}35} \cdot 100\% \approx 1{,}3\%.$$

Vậy:

$$\boxed{\delta \approx 1{,}3\%}.$$

- Do sai số tuyệt đối của phép đo không vượt quá 0,05 cm, giá trị thực ứng với kết quả đo có thể nằm trong khoảng:

$$-2{,}32 - 0{,}05 \le x \le -2{,}32 + 0{,}05,$$

hay:

$$-2{,}37 \text{ cm} \le x \le -2{,}27 \text{ cm}.$$

- Giá trị dự đoán: $x_{\text{dự đoán}} = -2{,}35$ cm nằm trong khoảng trên. Đồng thời:

$$\Delta x = 0{,}03 \text{ cm} < 0{,}05 \text{ cm}.$$

Vì vậy, **mô hình dao động điều hòa đã xây dựng phù hợp khá tốt với số liệu thực nghiệm trong khoảng thời gian khảo sát**.

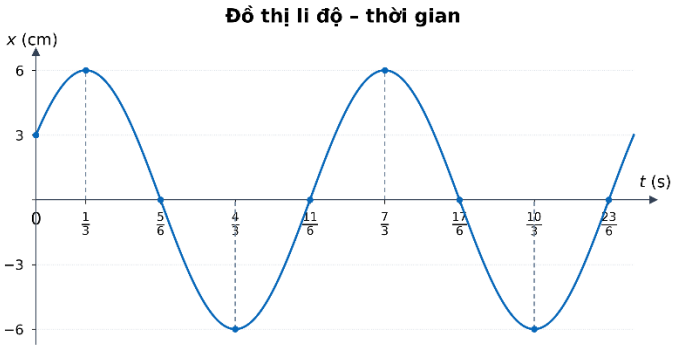
Tuy nhiên, kết quả chỉ cho thấy mô hình phù hợp trong phạm vi số liệu đã đo, không chứng minh chuyển động thực tế là dao động điều hòa lí tưởng trong mọi khoảng thời gian.

LƯU Ý CHO HỌC SINH

- Khi xử lí dữ liệu thực nghiệm, các giá trị đo không nhất thiết trùng hoàn toàn với giá trị lí tưởng.
- Nên xác định chu kì từ nhiều dao động: $\boldsymbol{T = \frac{\Delta t}{N}}$, để giảm ảnh hưởng của sai số đo.
- Khi vật ở gần biên dương tại thời điểm chọn làm gốc thời gian, có thể chọn gần đúng $\varphi = 0$.
- Một mô hình được xem là phù hợp khi độ lệch giữa dự đoán và thực nghiệm nhỏ, đồng thời nằm trong giới hạn sai số của dụng cụ đo.

◈ PT |Bài 2: Khai thác đồ thị dao động

Một cảm biến chuyển động ghi lại li độ của một vật dao động điều hòa theo thời gian. Sau khi xử lí dữ liệu, phần mềm thu được đồ thị như hình dưới đây. Li độ x được tính từ vị trí cân bằng.



a) Từ đồ thị, xác định biên độ, chu kì, tần số và tần số góc của dao động.

b) Xác định pha ban đầu trong khoảng $-\pi < \varphi \le \pi$ và viết phương trình dao động của vật dưới dạng: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$.

c) Một cảm biến thứ hai bắt đầu ghi dữ liệu tại thời điểm cảm biến thứ nhất chỉ $t = 0{,}50$ s. Hai cảm biến sử dụng cùng gốc tọa độ và cùng chiều dương. Gọi τ, tính bằng giây, là thời gian kể từ lúc cảm biến thứ hai bắt đầu hoạt động. Viết phương trình dao động của vật theo τ.

ĐỊNH HƯỚNG TƯ DUY

Bước 1. Đọc biên độ từ các giá trị cực đại, cực tiểu của li độ; xác định chu kì từ khoảng thời gian giữa hai trạng thái giống nhau liên tiếp.

Bước 2. Tại $t = 0$, đọc li độ và chiều biến thiên của đồ thị để xác định pha ban đầu.

Bước 3. Khi đổi gốc thời gian, thiết lập mối liên hệ giữa thời gian cũ $t$và thời gian mới τ, sau đó thay vào phương trình ban đầu.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

a) Xác định các đại lượng đặc trưng

- Từ đồ thị, li độ cực đại và cực tiểu lần lượt là $+6$ cmvà -6 cm, nên

$$A = 6 \text{ cm}.$$

- Hai lần liên tiếp vật đạt biên dương xảy ra vào khoảng $t = \frac{1}{3}$ svà $t = \frac{7}{3}$ s. Do đó

$$T = \frac{7}{3} - \frac{1}{3} = 2 \text{ s}.$$

Suy ra

$$f = \frac{1}{T} = 0{,}5 \text{ Hz}, \omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \text{ rad/s}.$$

Vậy

$$\boxed{A = 6 \text{ cm}, T = 2 \text{ s}, f = 0{,}5 \text{ Hz}, \omega = \pi \text{ rad/s}.}$$

b) Xác định pha ban đầu và viết phương trình dao động

- Phương trình dao động có dạng: $x = 6\cos(\pi t + \varphi)$ (cm).

- Tại $t = 0$, từ đồ thị ta có $x_0 = 3$ cm, nên: $6\cos\varphi = 3 \Rightarrow \cos\varphi = \frac{1}{2}$.

Suy ra $\varphi = \pm\frac{\pi}{3}$.

- Tại $t = 0$, đồ thị đang đi lên nên li độ tăng, tức là vật chuyển động theo chiều dương: $v_0 > 0$.

- Mà $v = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)$, nên tại $t = 0$: $-\omega A\sin\varphi > 0 \Rightarrow \sin\varphi < 0$.

$$\Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3}.$$

- Phương trình dao động của vật là: $\boxed{x = 6\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ (cm)}.}$

c) Viết phương trình dao động theo thời gian mới

- Cảm biến thứ hai bắt đầu tính thời gian khi cảm biến thứ nhất chỉ $t = 0{,}50$ s. Vì vậy $t = \tau + 0{,}50$.

- Thay vào phương trình dao động ban đầu: $x = 6\cos\left[\pi(\tau + 0{,}50) - \frac{\pi}{3}\right]$.

Rút gọn:

$$x = 6\cos\left(\pi\tau + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}\right) = 6\cos\left(\pi\tau + \frac{\pi}{6}\right).$$

Vậy phương trình dao động theo thời gian τlà

$$\boxed{x = 6\cos\left(\pi\tau + \frac{\pi}{6}\right) \text{ (cm)}.}$$

LƯU Ý CHO HỌC SINH

• Khi đọc đồ thị $x - t$, độ dốc của đồ thị cho biết dấu của vận tốc: đồ thị đi lên thì $v > 0$, đồ thị đi xuống thì $v < 0$.

• Một giá trị của $\cos\varphi$thường cho hai nghiệm; phải kết hợp thêm chiều chuyển động để chọn đúng pha ban đầu.

• Khi đổi gốc thời gian muộn hơn t_0, cần viết đúng quan hệ $t = \tau + t_0$, không được thay trực tiếp $t = \tau - t_0$.

• Việc đổi gốc thời gian chỉ làm thay đổi pha ban đầu; biên độ, chu kì, tần số và tần số góc không đổi.

◈ PT |Bài 3: Xây dựng phương trình dao động từ nhiều biểu diễn

Ba nhóm học sinh cùng xử lí dữ liệu về dao động của một vật gắn với lò xo. Các nhóm sử dụng cùng một trục tọa độ có gốc tại vị trí cân bằng, cùng chiều dương và cùng gốc thời gian.

Nhóm 1 xác định được biên độ dao động là 6 cmvà chu kì dao động là 2,0 s.

Nhóm 2 ghi nhận tại thời điểm $t = 0$, vật có li độ 3 cmvà đang chuyển động theo chiều dương.

Nhóm 3 xác định lần đầu tiên sau thời điểm $t = 0$, vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm tại thời điểm

$$t = \frac{5}{6}\text{ s.}$$

Coi sai số của các phép đo là không đáng kể.

a) Kiểm tra xem kết quả của ba nhóm có tương thích với cùng một dao động điều hòa hay không.

b) Xác định pha ban đầu trong khoảng $-\pi < \varphi \leq \pi$ và viết phương trình dao động của vật dưới dạng $x = A\cos(\omega t + \varphi)$.

c) Một học sinh viết phương trình dao động dưới dạng $x = 6\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (cm). Phương trình này có mô tả đúng dao động được xác định ở câu b hay không? Giải thích.

ĐỊNH HƯỚNG TƯ DUY

Bước 1. Từ biên độ và chu kì do nhóm 1 xác định, tính tần số góc.

Bước 2. Sử dụng li độ và chiều chuyển động tại $t = 0$để xác định pha ban đầu.

Bước 3. Dùng phương trình vừa tìm được để kiểm tra thời điểm vật qua vị trí cân bằng theo chiều âm do nhóm 3 xác định.

Bước 4. Chuyển đổi giữa hàm côsin và hàm sin để kiểm tra phương trình ở câu c.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

a) Kiểm tra tính tương thích của kết quả ba nhóm

* Theo kết quả của nhóm 1: $A = 6$ cm, $T = 2{,}0$ s.

- Tần số góc của dao động là: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi$ rad/s.

- Phương trình dao động có dạng: $x = 6\cos(\pi t + \varphi)$ (cm).

* Theo kết quả của nhóm 2, tại $t = 0$, vật có li độ

$$x_0 = 3\text{ cm} \Longrightarrow 6\cos\varphi = 3 \Rightarrow \cos\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = \pm\frac{\pi}{3}.$$

- Vận tốc của vật: $v = -6\pi\sin(\pi t + \varphi)$.

- Tại $t = 0$, vật chuyển động theo chiều dương nên $v_0 > 0$.

$$\Longrightarrow -6\pi\sin\varphi > 0 \Rightarrow \sin\varphi < 0.$$

- Trong hai giá trị $\varphi = \pm\frac{\pi}{3}$, giá trị thỏa mãn là: $\varphi = -\frac{\pi}{3}$.

Vì vậy, từ kết quả của nhóm 1 và nhóm 2, ta có phương trình:

$$\boldsymbol{x = 6\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right)}\ \textbf{(cm)}.$$

* Bây giờ kiểm tra kết quả của nhóm 3.

- Vật đi qua vị trí cân bằng khi $x = 0$.

- Để vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm, cần có thêm điều kiện $v < 0$.

- Đặt pha dao động: $\theta = \pi t - \frac{\pi}{3}$.

- Tại vị trí cân bằng: $\cos\theta = 0$.

- Vật chuyển động theo chiều âm khi

$$v = -6\pi\sin\theta < 0 \Rightarrow \sin\theta > 0.$$

Do đó:

$$\theta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\Longrightarrow \pi t - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \Rightarrow t = \frac{5}{6} + 2k.$$

- Thời điểm dương đầu tiên ứng với $k = 0$: $t = \frac{5}{6}$ s.

- Kết quả này đúng với số liệu của nhóm 3.

Vậy:

$$\boxed{\text{Kết quả của ba nhóm tương thích với cùng một dao động điều hòa.}}$$

b) Xác định pha ban đầu và viết phương trình dao động

Từ phần trên, pha ban đầu trong khoảng

$$-\pi < \varphi \leq \pi$$

là

$$\boxed{\varphi = -\frac{\pi}{3}}.$$

Phương trình dao động của vật:

$$\boxed{x = 6\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right)\ \text{(cm)}}.$$

c) Kiểm tra phương trình dạng hàm sin

- Phương trình do học sinh viết là: $x = 6\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (cm).

- Ta có:

$$6\cos\left(\pi t-\frac{\pi}{3}\right)=6\sin\left(\pi t-\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{2}\right)=6\sin\left(\pi t+\frac{\pi}{6}\right).$$

- Hai biểu thức bằng nhau tại mọi thời điểm t. Vì vậy:

$$\boxed{\text{Phương trình đã cho mô tả đúng dao động ở câu b.}}$$

Hai phương trình chỉ khác nhau về cách biểu diễn bằng hàm côsin và hàm sin.

KẾT QUẢ

$$\boxed{\omega=\pi\ \text{rad/s}};\ \boxed{\varphi=-\frac{\pi}{3}}$$

$$\boxed{x=6\cos\left(\pi t-\frac{\pi}{3}\right)\ (\text{cm})}$$

Phương trình tương đương:

$$\boxed{x=6\sin\left(\pi t+\frac{\pi}{6}\right)\ (\text{cm})}.$$

LƯU Ý CHO HỌC SINH

- Chỉ biết li độ ban đầu chưa đủ để xác định pha ban đầu; phải kết hợp với chiều chuyển động.
- Khi kiểm tra vật đi qua vị trí cân bằng, cần xét đồng thời $x=0$và dấu của vận tốc.
- Hai phương trình viết bằng sin và cos có thể mô tả cùng một dao động nếu chúng tương đương theo công thức lượng giác.

◈ PT |Bài 4: Khai thác dữ liệu từ cảm biến gia tốc

Trong một thí nghiệm khảo sát dao động của bàn rung, cảm biến gia tốc được đặt theo phương dao động. Sau khi hiệu chỉnh cảm biến và xử lí dữ liệu, phần mềm thu được biểu thức gia tốc của bàn rung:

$$a=-3{,}20\cos\left(4\pi t+\frac{\pi}{6}\right)\ (\text{m/s}^2),$$

trong đó tđược tính bằng giây. Coi bàn rung dao động điều hòa theo một phương thẳng.

a) Xác định tần số góc, chu kì, tần số và độ lớn gia tốc cực đại của bàn rung.

b) Từ dữ liệu gia tốc, xác định biên độ và viết phương trình li độ của bàn rung, trong đó xđược tính bằng milimét.

c) Một phần mềm khác biểu diễn dao động của bàn rung bằng phương trình:

$$x=20{,}3\sin\left(4\pi t+\frac{2\pi}{3}\right)\ (\text{mm}).$$

Từ phương trình này, hãy suy ra biểu thức gia tốc của bàn rung và kiểm tra xem kết quả có phù hợp với dữ liệu của cảm biến gia tốc hay không. Giải thích sự sai khác nếu có.

ĐỊNH HƯỚNG TƯ DUY

Bước 1. So sánh biểu thức gia tốc với dạng tổng quát của dao động điều hòa để xác định ωvà $a_{\max}$.

Bước 2. Sử dụng hệ thức $a = -\omega^2 x$để chuyển từ biểu diễn gia tốc sang biểu diễn li độ.

Bước 3. Chuyển đổi hàm sin và hàm cos về cùng một dạng để đối chiếu hai phương trình.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

a) Xác định các đại lượng đặc trưng

- Từ biểu thức gia tốc, ta có

$$\omega = 4\pi \text{ rad/s}, a_{\max} = 3{,}20 \text{ m/s}^2.$$

- Chu kì và tần số của dao động:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4\pi} = 0{,}50 \text{ s}, f = \frac{1}{T} = 2{,}0 \text{ Hz}.$$

Vậy

$$\boxed{\omega = 4\pi \text{ rad/s}, T = 0{,}50 \text{ s}, f = 2{,}0 \text{ Hz}, a_{\max} = 3{,}20 \text{ m/s}^2.}$$

b) Xác định biên độ và phương trình li độ

- Trong dao động điều hòa: $a = -\omega^2 x$.

$$\Rightarrow x = -\frac{a}{\omega^2} = \frac{3{,}20}{(4\pi)^2}\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right).$$

- Biên độ dao động:

$$A = \frac{a_{\max}}{\omega^2} = \frac{3{,}20}{16\pi^2} \approx 0{,}0203 \text{ m} = 20{,}3 \text{ mm}.$$

- Do đó, phương trình li độ của bàn rung là

$$\boxed{x = 20{,}3\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ (mm)}.}$$

c) Kiểm tra phương trình do phần mềm thứ hai cung cấp

- Sử dụng hệ thức

$$\cos\alpha = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right),$$

- Ta có: $20{,}3\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = 20{,}3\sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}\right) = 20{,}3\sin\left(4\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$.

Biểu thức này trùng với phương trình do phần mềm thứ hai cung cấp. Vì vậy, hai phương trình là hai cách biểu diễn tương đương của cùng một dao động:

$$\boxed{\boldsymbol{x = 20{,}3\sin\left(4\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) \text{ (mm)}}}$$

phù hợp với dữ liệu của cảm biến gia tốc.

- Gia tốc của bàn rung:

$$\begin{aligned} a &= -\omega^2 x \\ &= -(4\pi)^2 \cdot 20{,}3 \sin\left(4\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) \text{ mm/s}^2 \\ &= -3{,}20 \sin\left(4\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) \text{ m/s}^2 \\ &= \mathbf{-3{,}20 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ m/s}^2}. \end{aligned}$$

LƯU Ý CHO HỌC SINH

- Trong dao động điều hòa, gia tốc và li độ luôn ngược pha: $a = -\omega^2 x$.
- Từ dữ liệu gia tốc có thể xác định được biên độ li độ theo $A = \frac{a_{\max}}{\omega^2}$.
- Khi so sánh hai phương trình dao động viết bằng sin và cos, cần chuyển chúng về cùng một hàm lượng giác trước khi kết luận.
- Cần đổi thống nhất đơn vị; trong bài này biên độ được tính ban đầu theo mét rồi đổi sang milimét.
- Hai phương trình có hình thức khác nhau vẫn có thể mô tả cùng một dao động nếu chúng tương đương về biên độ, tần số góc và pha.

◈ PT |Bài 5: Đánh giá mô hình dao động từ kết quả thí nghiệm

Một nhóm học sinh khảo sát dao động của một vật gắn với lò xo bằng cảm biến chuyển động. Sau khi xử lí dữ liệu, nhóm ghi nhận ba lần liên tiếp vật đạt biên dương như sau:

Lần đo	**1**	**2**	**3**
Thời điểm t(s)	0,18	0,98	1,78
Li độ cực đại đo được (cm)	4,92	4,88	4,84

Ngoài ra, tại thời điểm $t = 0{,}70$ s, cảm biến đo được:

$$x_{\text{đo}} = -2{,}75 \text{ cm}.$$

Một học sinh lấy biên độ đại diện bằng giá trị trung bình của ba li độ cực đại và đề xuất mô hình:

$$x = 4{,}88\cos\left[\frac{5\pi}{2}(t - 0{,}18)\right] \text{ (cm)}.$$

Trong khoảng thời gian khảo sát, mô hình được xem là phù hợp nếu độ lệch giữa giá trị dự đoán và giá trị đo không vượt quá 3% biên độ đại diện.

a) Từ bảng số liệu, xác định chu kì dao động. Nhận xét sự thay đổi của li độ cực đại và cho biết có thể sử dụng mô hình dao động điều hòa để mô tả gần đúng chuyển động trong khoảng thời gian khảo sát hay không.

b) Kiểm tra xem phương trình do học sinh đề xuất có phù hợp với số liệu thực nghiệm tại $t = 0{,}70$ s theo tiêu chí đã cho hay không.

c) Nếu xu hướng giảm của li độ cực đại tiếp tục trong thời gian dài, mô hình trên còn phù hợp hay không? Giải thích.

ĐỊNH HƯỚNG TƯ DUY

Bước 1. Phân tích sự thay đổi của chu kì và biên độ từ số liệu thực nghiệm.

Bước 2. Sử dụng phương trình đã cho để dự đoán li độ tại thời điểm cần kiểm tra, rồi so sánh với giá trị đo được.

Bước 3. Đánh giá phạm vi áp dụng của mô hình dao động điều hòa dựa trên dữ liệu thực nghiệm và đặc điểm của dao động thực tế.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

a) Xác định chu kì và đánh giá dữ liệu

- Khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp vật đạt biên dương:

$$0{,}98 - 0{,}18 = 0{,}80 \text{ s},$$

$$1{,}78 - 0{,}98 = 0{,}80 \text{ s}.$$

Vậy:

$$\boxed{T = 0{,}80 \text{ s}}.$$

- Biên độ đại diện được lấy bằng giá trị trung bình:

$$A_{\text{đại diện}} = \frac{4{,}92 + 4{,}88 + 4{,}84}{3} = 4{,}88 \text{ cm}.$$

- Li độ cực đại giảm từ 4,92 cm xuống 4,84 cm, tương ứng:

$$\frac{4{,}92 - 4{,}84}{4{,}92} \cdot 100\% \approx 1{,}6\%.$$

Như vậy, biên độ có xu hướng giảm nhẹ nên chuyển động không phải dao động điều hòa lí tưởng một cách tuyệt đối. Tuy nhiên, trong khoảng thời gian ngắn đang xét, mức giảm chỉ khoảng 1,6%, nên có thể sử dụng mô hình dao động điều hòa với biên độ đại diện 4,88 cm để mô tả gần đúng chuyển động.

b) Kiểm tra mô hình

- Tại $t = 0{,}70$ s:

$$x_{\text{mô hình}} = 4{,}88\cos\left[\frac{5\pi}{2}(0{,}70 - 0{,}18)\right]$$

$$= 4{,}88\cos(1{,}3\pi) \approx -2{,}87 \text{ cm}.$$

- Theo giả thiết, giá trị đo được:

$$x_{\text{đo}} = -2{,}75 \text{ cm}.$$

- Độ lệch tuyệt đối:

$$\Delta x = |\, x_{\text{mô hình}} - x_{\text{đo}} \,| = 0{,}12 \text{ cm}.$$

- Độ lệch so với biên độ đại diện:

$$\delta = \frac{0{,}12}{4{,}88} \cdot 100\% \approx 2{,}46\%.$$

Vì:

$$2{,}46\% < 3\%,$$

nên phương trình do học sinh đề xuất phù hợp với số liệu thực nghiệm theo tiêu chí đã cho.

c) Đánh giá khi quan sát lâu hơn

- Mô hình đã cho có biên độ không đổi:

$$A = 4{,}88 \text{ cm}.$$

- Trong khi đó, dữ liệu cho thấy li độ cực đại có xu hướng giảm:

$$4{,}92 \rightarrow 4{,}88 \rightarrow 4{,}84 \text{ cm}.$$

Nếu xu hướng này tiếp tục trong thời gian dài, sai lệch giữa mô hình và chuyển động thực tế sẽ tăng lên. Khi đó, mô hình dao động điều hòa có biên độ không đổi không còn phù hợp; chuyển động cần được mô tả bằng mô hình dao động tắt dần.

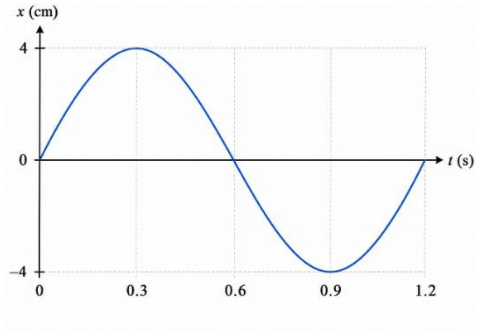
LƯU Ý CHO HỌC SINH

- Mô hình vật lí luôn là mô hình gần đúng, được xây dựng từ các giả thiết đơn giản hóa.
- Khi đánh giá một mô hình, cần dựa vào mức độ phù hợp với dữ liệu thực nghiệm, không yêu cầu phải trùng khớp hoàn toàn.
- Một sai lệch nhỏ giữa kết quả đo và kết quả tính toán không có nghĩa là mô hình sai; cần xem xét nguyên nhân như sai số dụng cụ, cách đo và ảnh hưởng của môi trường.
- Dao động điều hòa là mô hình lí tưởng; nhiều dao động thực tế chỉ có thể coi là điều hòa trong một khoảng thời gian nhất định.

IV. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

◈ PT |Bài 6: Khai thác đồ thị dao động

Đồ thị dưới đây biểu diễn sự phụ thuộc của li độ x theo thời gian t của một vật dao động điều hòa. Tốc độ của vật tại thời điểm $t = 0{,}15$ s bằng bao nhiêu cm/s? *Kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần mười.*



Đáp số: | | | |

ĐỊNH HƯỚNG TƯ DUY

Bước 1. Đọc biên độ và chu kì dao động từ đồ thị.

Bước 2. Xác định tần số góc và trạng thái của vật tại thời điểm $t = 0$.

Bước 3. Lập phương trình vận tốc của vật.

Bước 4. Tính tốc độ tại $t = 0{,}15$ svà làm tròn kết quả theo yêu cầu.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

- Từ đồ thị, ta xác định được:

$$A = 4 \text{ cm}, T = 1{,}20 \text{ s}.$$

- Tần số góc của dao động:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1{,}20} = \frac{5\pi}{3} \text{ rad/s.}$$

- Tại $t = 0$, vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương nên có thể viết phương trình dao động dưới dạng:

$$x = 4\sin\left(\frac{5\pi}{3}t\right) \text{ (cm).}$$

- Vận tốc của vật:

$$v = x' = \frac{20\pi}{3}\cos\left(\frac{5\pi}{3}t\right) \text{ (cm/s).}$$

- Tại $t = 0{,}15$ s:

$$v = \frac{20\pi}{3}\cos\left(\frac{5\pi}{3}\cdot 0{,}15\right) = \frac{10\pi\sqrt{2}}{3} \approx \mathbf{14{,}8\ cm/s.}$$

Vì $v > 0$, tốc độ của vật bằng độ lớn của vận tốc.

Đáp số điền phiếu: | 1 | 4 | , | 8 |

LƯU Ý CHO HỌC SINH

- Khi đọc đồ thị, cần xác định đúng biên độ, chu kì và chiều chuyển động tại thời điểm ban đầu.
- Tốc độ là độ lớn của vận tốc: tốc độ $= |v|$.
- Trong câu trắc nghiệm trả lời ngắn, chỉ ghi số: $\mathbf{14{,}8}$

◈ PT |Bài 7: Chuyển đổi giữa các biểu diễn của dao động

Một vật dao động điều hòa có phương trình li độ $x = 6\cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ (cm), trong đó t tính bằng giây. Chọn thời điểm đầu tiên sau $t = 0$ mà vật có li độ $x = 3$ cm làm gốc thời gian mới. Gọi τ là thời gian tính từ gốc thời gian mới. Phương trình dao động của vật theo τ được viết dưới dạng $x = 6\sin(5\pi\tau + \varphi)$ (cm), với $-\pi < \varphi \leq \pi$. Giá trị của φ, tính theo đơn vị độ, bằng bao nhiêu?

Đáp số: | | | | |

ĐỊNH HƯỚNG TƯ DUY

Bước 1. Từ phương trình dao động ban đầu, xác định trạng thái của vật tại $t = 0$.

Bước 2. Tìm thời điểm đầu tiên sau $t = 0$ vật có li độ $x = 3$ cm.

Bước 3. Xác định chiều chuyển động của vật tại thời điểm được chọn làm gốc thời gian mới.

Bước 4. Viết phương trình dao động theo thời gian mới τ, sau đó chuyển từ dạng côsin sang dạng sin.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Cách 1: Biến đổi lượng giác

- Phương trình dao động của vật là $x = 6\cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ (cm).

- Tại $t = 0$: $x_0 = 6\cos\left(0 - \frac{\pi}{3}\right) = 3$ cm.

- Vận tốc của vật: $v = -30\pi\sin\left(5\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$.

- Tại $t = 0$: $v_0 = -30\pi\sin\left(= -\frac{\pi}{3}\right) = 15\pi\sqrt{3} > 0$.

Như vậy, tại $t = 0$, vật đi qua vị trí $x = 3$ cm theo chiều dương.

- Để tìm lần tiếp theo vật có li độ $x = 3$ cm, ta giải:

$$6\cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{3}\right) = 3 \Rightarrow \cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow 5\pi t - \frac{\pi}{3} = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi.$$

* Với nhánh: $5\pi t - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$, ta có $t = \frac{2k}{5}$.

- Thời điểm dương nhỏ nhất của nhánh này là: $t = \frac{2}{5}$ s.

* Với nhánh: $5\pi t - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$, ta có $t = \frac{2}{15} + \frac{2k}{5}$.

- Thời điểm dương nhỏ nhất là $t_0 = \frac{2}{15}$ s.

Vậy thời điểm đầu tiên sau $t = 0$ mà vật có li độ $x = 3$ cm là $t_0 = \frac{2}{15}$ s.

- Tại thời điểm này, pha dao động là

$$5\pi t_0 - \frac{\pi}{3} = 5\pi \cdot \frac{2}{15} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}.$$

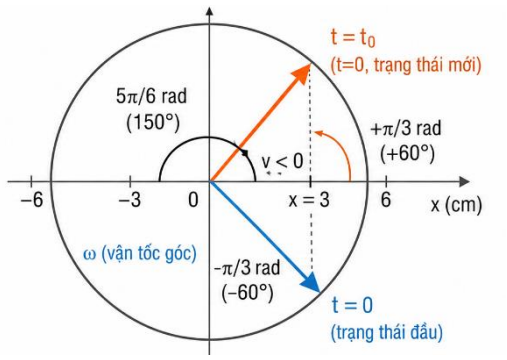
Do đó $v(t_0) = -30\pi\sin\frac{\pi}{3} < 0$, nên vật đang chuyển động theo chiều âm.

- Chọn t_0 làm gốc thời gian mới, ta có $t = \tau + t_0$.

- Thay vào phương trình ban đầu: $x = 6\cos\left[5\pi(\tau + t_0) - \frac{\pi}{3}\right] = 6\sin\left(5\pi\tau + \frac{5\pi}{6}\right)$ (cm).

Vậy $\varphi = \frac{5\pi}{6}$ rad $= \mathbf{150}°$.

Cách 2: Sử dụng vòng tròn pha



1. Tại $t = 0$, pha ban đầu là $-\pi/3$ (vật ở $x = 3$ cm, chuyển động theo chiều dương).

2. Để vật qua vị trí $x = 3$ cm lần đầu tiên, vectơ quay trên vòng tròn lượng giác phải đi từ góc $-\pi/3$ theo chiều dương lượng giác đến góc $+\pi/3$.

3. Khi chọn thời điểm này làm gốc thời gian mới ($\tau = 0$), pha ban đầu của phương trình (theo hàm cos) chính là vị trí vectơ đang đứng: $\Phi = \pi/3$.

4. Ta có ngay phương trình hàm cos: $x = 6\cos(5\pi\tau + \pi/3)$ cm.

5. Chuyển sang hàm sin: cộng thêm $\pi/2$ vào pha → $\varphi = \pi/3 + \pi/2 = 5\pi/6$ rad → **150°**.

Đáp số điền phiếu:

1	**5**	**0**	

LƯU Ý CHO HỌC SINH

- Cụm từ "thời điểm đầu tiên sau $t = 0$" yêu cầu loại nghiệm $t = 0$.
- Một vị trí có thể được vật đi qua theo hai chiều khác nhau; cần xét dấu của vận tốc để xác định đúng trạng thái.
- Khi đổi gốc thời gian, biên độ và tần số góc không thay đổi, chỉ có pha ban đầu thay đổi.

◈ PT |Bài 8: Khai thác biểu diễn vận tốc

Một vật dao động điều hòa có phương trình vận tốc $v = -20\pi\sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$(cm/s), trong đó t tính bằng giây. Tính từ thời điểm $t = 0$ đến khi gia tốc của vật đạt giá trị cực đại dương lần thứ hai, vật đi được quãng đường bao nhiêu centimét? Kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần mười.

Đáp số: | | | |

ĐỊNH HƯỚNG TƯ DUY

Bước 1. Từ phương trình vận tốc, xác định biên độ và phương trình li độ.

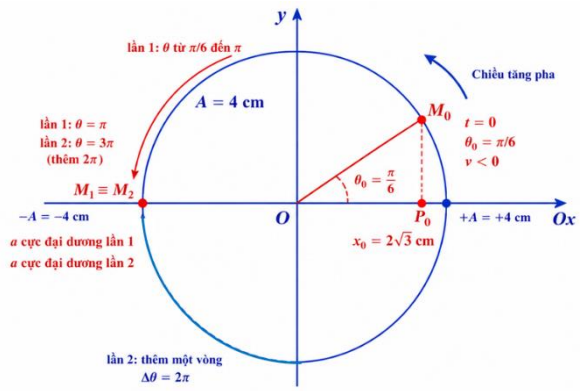
Bước 2. Xác định vị trí, chiều chuyển động của vật tại $t = 0$.

Bước 3. Nhận biết gia tốc cực đại dương khi vật ở biên âm; từ đó tính quãng đường vật đi được.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

- So sánh với $v = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)$, ta có $\omega = 5\pi$rad/s và $\omega A = 20\pi$, suy ra $A = 4$cm. Phương trình li độ là $x = 4\cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$(cm).

- Tại $t = 0$, vật có $x_0 = 4\cos\frac{\pi}{6} = 2\sqrt{3}$cm và $v_0 = -20\pi\sin\frac{\pi}{6} = -10\pi < 0$, nên vật đang chuyển động theo chiều âm.



- Vì $a = -\omega^2 x$, gia tốc đạt giá trị cực đại dương khi $x = -A = -4$cm. Quãng đường từ vị trí ban đầu đến lần thứ nhất vật tới biên âm là:

$s_1 = x_0 - (-A) = 4 + 2\sqrt{3}$cm.

- Giữa hai lần liên tiếp vật đến cùng biên âm, vật thực hiện một dao động toàn phần nên đi được:

$s_2 = 4A = 16$cm.

- Do đó: $s = s_1 + s_2 = 4 + 2\sqrt{3} + 16 = 20 + 2\sqrt{3} \approx \mathbf{23,5cm}$.

Đáp số điền phiếu: | 2 | 3 | , | 5 |

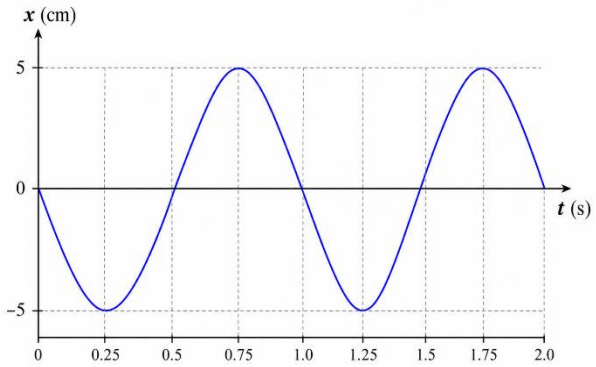
LƯU Ý CHO HỌC SINH

- Từ biểu thức vận tốc $v = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)$, suy ra phương trình li độ $x = A\cos(\omega t + \varphi)$.

- Gia tốc cực đại dương ứng với vật ở biên âm $x = -A$.
- Trong một chu kì, vật đi được quãng đường $4A$.

◈ PT |Bài 9: Đối chiếu phương trình với đồ thị

Đồ thị dưới đây biểu diễn dao động điều hòa của một vật.



Có bốn phương trình sau:

(1) $x = 5\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$,

(2) $x = 5\sin(2\pi t)$,

(3) $x = 5\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$,

(4) $x = 5\sin(\pi + 2\pi t)$.

Có bao nhiêu phương trình biểu diễn đúng dao động trên?

ĐỊNH HƯỚNG TƯ DUY

Bước 1. Đọc từ đồ thị: Biên độ; Chu kì; Trạng thái tại $t = 0$.

Bước 2. Quy các phương trình về cùng dạng.

Bước 3. So sánh trạng thái ban đầu với đồ thị.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

- Từ đồ thị: $A = 5$ cm; $T = 1$ s; $\omega = 2\pi$ rad/s.

- Tại $t = 0$: $x = 0, v < 0$.

Do đó phương trình dao động là: $x = 5\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$.

Xét các phương trình.

- Phương trình (1) chính là phương trình trên (Đúng)

- Phương trình (2): $x = 5\sin(2\pi t)$. Tại $t = 0$, vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương (Sai)

- Phương trình (3) $x = 5\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right) = 5\sin(2\pi t)$. Tại $t = 0$, vật cũng đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương (Sai).

- Phương trình (4) $x = 5\sin(\pi + 2\pi t) = -5\sin(2\pi t) = 5\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (Đúng).

Vậy có **2** phương phương trình phù hợp (phương trình (1) và (4)

LƯU Ý CHO HỌC SINH

- Khi đối chiếu phương trình với đồ thị, **trạng thái tại** $t = 0$thường quyết định việc chọn đáp án.
- Không chỉ xét li độ mà phải kết hợp **chiều chuyển động**.
- Hai phương trình có thể khác dạng nhưng vẫn biểu diễn cùng một dao động nếu sau khi biến đổi lượng giác chúng trùng nhau.

◈ PT |Bài 10: Khai thác dữ liệu tọa độ và đổi gốc thời gian

Một cảm biến chuyển động ghi lại tọa độ Xcủa một vật dao động điều hòa trên một trục thẳng. Kết quả xử lí dữ liệu cho thấy:

- Tọa độ lớn nhất và nhỏ nhất của vật lần lượt là 18 cm và 6 cm.
- Hai thời điểm liên tiếp vật đạt tọa độ lớn nhất là $t_1 = 0{,}20$ s và $t_2 = 1{,}40$ s.
- Tại $t = 0$, vật có tọa độ $X = 15$ cm và tọa độ đang tăng.

Gọi x là li độ của vật tính từ vị trí cân bằng. Một cảm biến thứ hai bắt đầu tính thời gian tại thời điểm $t = 0{,}50$ s của cảm biến thứ nhất. Gọi τ là thời gian tính từ lúc cảm biến thứ hai bắt đầu hoạt động. Phương trình dao động theo τ được viết dưới dạng

$$x = 6\cos\left(\frac{5\pi}{3}\tau + \varphi'\right) \text{ (cm)},$$

trong đó $-180° < \varphi' \leq 180°$. Giá trị của φ', tính theo độ, bằng bao nhiêu?

Đáp số: | | | |

ĐỊNH HƯỚNG TƯ DUY

Bước 1. Xác định vị trí cân bằng, biên độ và chu kì từ dữ liệu.

Bước 2. Đổi tọa độ X thành li độ x, sau đó dùng li độ và chiều chuyển động tại $t = 0$ để xác định pha ban đầu.

Bước 3. Thiết lập quan hệ $t = \tau + 0{,}50$ và xác định pha ban đầu theo gốc thời gian mới.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

- Vị trí cân bằng của vật:

$$X_{\text{cb}} = \frac{X_{\max} + X_{\min}}{2} = \frac{18 + 6}{2} = 12 \text{ cm}.$$

- Biên độ dao động:

$$A = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{2} = \frac{18 - 6}{2} = 6 \text{ cm}.$$

- Chu kì dao động:

$$T = t_2 - t_1 = 1{,}40 - 0{,}20 = 1{,}20 \text{ s}.$$

Suy ra:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{5\pi}{3} \text{ rad/s}.$$

- Theo gốc thời gian ban đầu, phương trình dao động có dạng:

$$x = 6\cos\left(\frac{5\pi}{3}t + \varphi\right).$$

- Tại $t = 0$:

$$x_0 = X_0 - X_{\text{cb}} = 15 - 12 = 3 \text{ cm}.$$

Do đó:

$$6\cos\varphi = 3 \Rightarrow \cos\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = \pm\frac{\pi}{3}.$$

- Tại $t = 0$, tọa độ đang tăng nên vật chuyển động theo chiều dương:

$$v_0 > 0 \Rightarrow -\sin\varphi > 0 \Rightarrow \sin\varphi < 0.$$

Vậy:

$$\varphi = -\frac{\pi}{3}.$$

- Khi cảm biến thứ hai bắt đầu hoạt động:

$$t = \tau + 0{,}50.$$

- Thay vào phương trình dao động:

$$x = 6\cos\left[\frac{5\pi}{3}(\tau + 0{,}50) - \frac{\pi}{3}\right].$$

Suy ra:

$$x = 6\cos\left(\frac{5\pi}{3}\tau + \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{3}\right) = 6\cos\left(\frac{5\pi}{3}\tau + \frac{\pi}{2}\right).$$

Do đó:

$$\boldsymbol{\varphi' = \frac{\pi}{2} = 90^\circ}.$$

Đáp số điền phiếu:

9	**0**		

LƯU Ý CHO HỌC SINH

- Khi cảm biến ghi tọa độ tuyệt đối X, phải xác định vị trí cân bằng rồi mới tính li độ: $x = X - X_{cb}$.
- Chiều biến thiên của tọa độ và li độ giống nhau vì X_{cb} không đổi.
- Khi chọn gốc thời gian mới muộn hơn t_0, phải viết $t = \tau + t_0$.
- Đổi gốc thời gian chỉ làm thay đổi pha ban đầu; biên độ, chu kì và tần số góc không thay đổi.